



PUC
RIO

Relatório Final PIBIC

Bancada Experimental Para Estudo de Rotores

Flavia de Castro Nogueira Fernandes

Professor: Hans Ingo Weber

Sumário:

Introdução	3
Objetivos	3
Necessidades do Projeto	3
Elaboração	4
Parâmetros do Projeto	5
Desbalanceamento	6
As Constantes do Sistema	7
Estudo Dinâmico	9
Frequência Natural e Rigidezes das Molas	11
Confirmação da Constante de Mola	11
Análise Teórica	13
Conclusão	15
Referências	16

Bancada Experimental para Estudo de Rotores

Introdução

O movimento rotativo é encontrado em inúmeras máquinas do cotidiano, como veículos, máquinas de lavar, turbinas, perfuradores, etc. A relevância tecnológica destas aplicações impõe um perfeito entendimento da dinâmica destes sistemas: eles estão cada vez mais rápidos, mais leves e mais flexíveis, exigindo um apuro maior em seu projeto. Entre os esforços a serem considerados, a presença de vibração nessas máquinas, ou em seu suporte, pode provir de um desbalanceamento do conjunto. Isto tanto pode ser um problema, já que há mais desgaste e perda de energia, como pode ser desejável, como por exemplo, no caso de sistemas de perfuração de poços que combinam rotação e percussão.

Neste trabalho, uma bancada experimental foi projetada, construída e utilizada, para o estudo de fenômenos específicos onde foi possível observar e medir os eventos vibratórios que circundam um sistema rotativo: suas passagens pela ressonância, a auto centragem, os choques, a precessão da órbita do centro do disco, etc.

Objetivos

- Projetar e construir uma bancada experimental para observar fenômenos rotativos.
- Estudar o comportamento geral de um rotor simples, tanto por métodos experimentais como por simulações numéricas.
- Comparar modelos para estudo do sistema.
- Utilização de diversas técnicas de medições em laboratório.
- Uso de programas de simulação, com desenvolvimento de técnicas numéricas de resolução de equações diferenciais.
- Estudar a vibração do sistema e da influência de forças externas.

Necessidades do Projeto

Para a elaboração do projeto da bancada, procurou-se atender às seguintes necessidades:

- Dada a vasta gama de fenômenos vibratórios que podem ocorrer em um rotor, a bancada deveria permitir a observação e medição de diversos parâmetros, tais como a translação do centro do rotor, a precessão retrógrada, o efeito giroscópio, o efeito do amortecimento, etc.
- Uma vez que o laboratório já dispunha de um motor elétrico, a bancada experimental deveria ser pequena o suficiente para atender as especificações deste motor, bem como ser posta sobre uma mesa com isolamento.

- A vibração do rotor deveria ser grande o suficiente para ser visualmente perceptível, e ao mesmo tempo pequena o suficiente para se utilizar a instrumentação disponível.

A partir destas diretrizes, foi elaborado um primeiro projeto para a bancada: um disco acoplado a um eixo flexível. O disco é fixo no centro do eixo, e em cada extremidade o eixo é suportado por um mancal. Cada mancal é fixo por um arranjo de quatro molas: um par na vertical e um na horizontal.

Elaboração

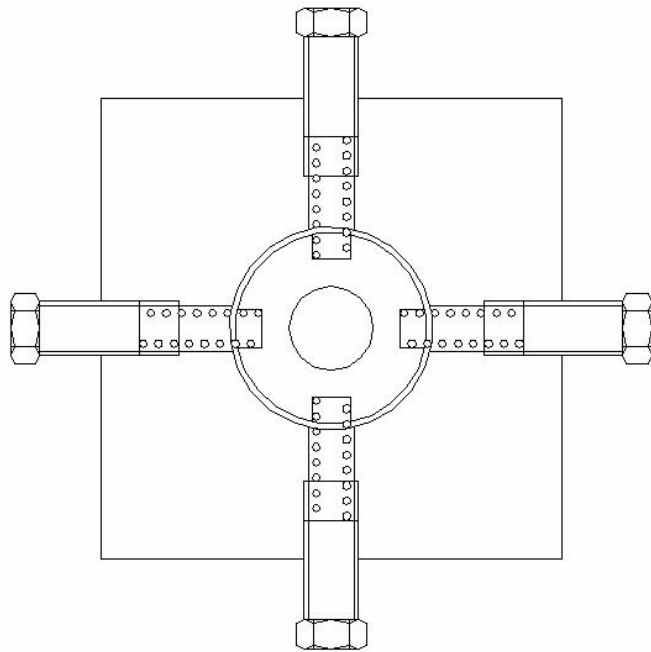
A realização concreta do modelo proposto encontrou dificuldades práticas no que diz respeito à liberdade de movimento vertical e horizontal dos mancais. Três possibilidades para o arranjo de molas foram pensadas, das quais prevaleceu a terceira.

1- Molas de Compressão

A primeira solução idealizada consistia em uma placa suporte, com um grande furo no centro onde se movimentaria o mancal, com quatro furos radiais em cruz por onde passariam as molas de compressão. Cada mola estaria comprimida por um parafuso (de modo a permitir regulagem) e atuaria sobre o mancal. Só poderia haver transmissão de esforço longitudinal pela mola. Por esta razão, a folga entre o mancal e o furo deveria ser pequena, para manter os ângulos do movimento lateral da mola pequenos.

Este mesmo fator traz também a necessidade de não se prender a mola ao parafuso e ao mancal, pois, ao girar o parafuso durante a regulagem, a mola seria torcida e transmitiria um momento indesejado ao mancal. Deixá-la sob permanente compressão tornaria possível mantê-la no lugar somente com o contato com o mancal e o parafuso.

A inviabilidade deste modelo deu-se pela seguinte razão: A dificuldade de precisar a linha de ação das forças das molas, em se tratando de molas de compressão. Desta forma, é impossível evitar que, uma vez que as quatro molas atuem sobre o mancal, haja o aparecimento de um momento resultante, que tornaria o sistema instável.



Modelo de mancal com molas de compressão

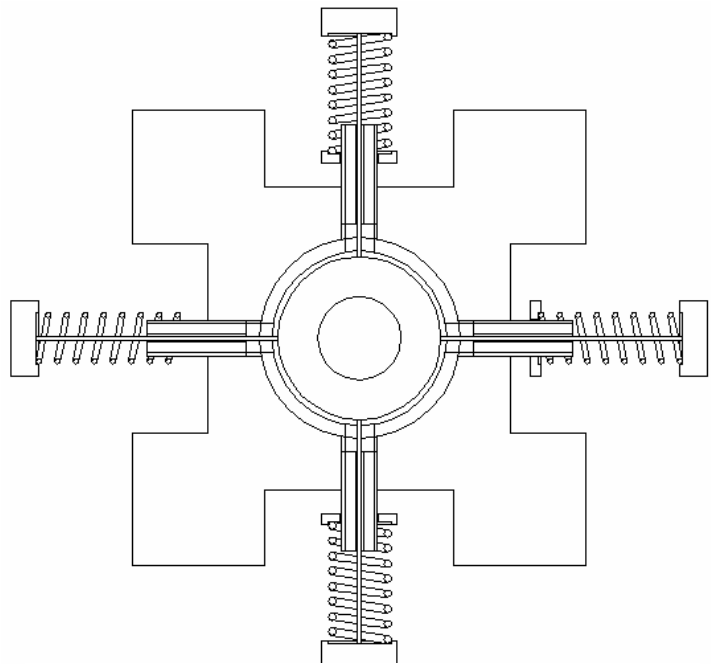
2 - Molas de Tração

A substituição das molas de compressão por molas de tração contornaria o problema da instabilidade, uma vez que se conhece o ponto de aplicação da força, e não existe o problema da flambagem na mola. As molas teriam que ser presas em ganchos no mancal e no parafuso. A maior dificuldade encontra-se em fabricar um sistema que impeça a mola de torcer quando se gira o parafuso que ajusta o seu comprimento.

3- Molas de Compressão Tracionando Cabos

A terceira possibilidade considerada foi a de combinar as vantagens do mecanismo trativo e compressivo, através de um arranjo de molas e cabos de aço. O mancal é preso às extremidades de quatro cabos de aço, que permanecerão tracionados. Cada cabo, por sua vez, tem sua outra extremidade presa a uma mola comprimida. A mola apoia-se sobre uma pequena chapa, que por sua vez, apoia-se sobre uma porca. A porca tem a finalidade de regular a compressão da mola, girando ao longo de uma barra rosqueada. Esta mesma barra possui um furo longitudinal, pelo qual passa o cabo de aço. Desta forma,

mantém-se a estabilidade do sistema e a simplicidade de construção do mecanismo.



Modelo de Mancal com Molas de Compressão Tracionando Cabos

Parâmetros do Projeto

Tomando como base uma bancada semelhante já existente, dispõe-se dos seguintes elementos:

1. Um eixo de aço, de 8 mm de diâmetro por 300 mm de comprimento.
2. Um disco de ferro, de 100 mm de diâmetro por 39 mm de espessura, de massa $2,350\text{ kg}$, com diversos furos dispostos radialmente de forma a se acrescentar outras massas para desbalanceamento (ou balanceamento). O disco é preso ao eixo por meio de um par de anéis cônicos que, comprimidos por parafusos, exercem pressão sobre o eixo.
3. Uma placa de ferro, $315 \times 150\text{ mm}$, para servir de base.

Foram adicionados à bancada os seguintes itens:

- Dois mancais cortados de forma a sustentar o eixo e as molas.
- Quatro molas mais rígidas para a direção vertical e mais quatro molas menos rígidas para direção horizontal.
- Dois discos de nylon que suportam impacto dos mancais.
- Dois rolamentos
- Cabos para a fixação das molas
- Um motor de 1715 rpm de 4 pólos a 220 V acionado por um inversor.

Com esses elementos foi possível montar a bancada.

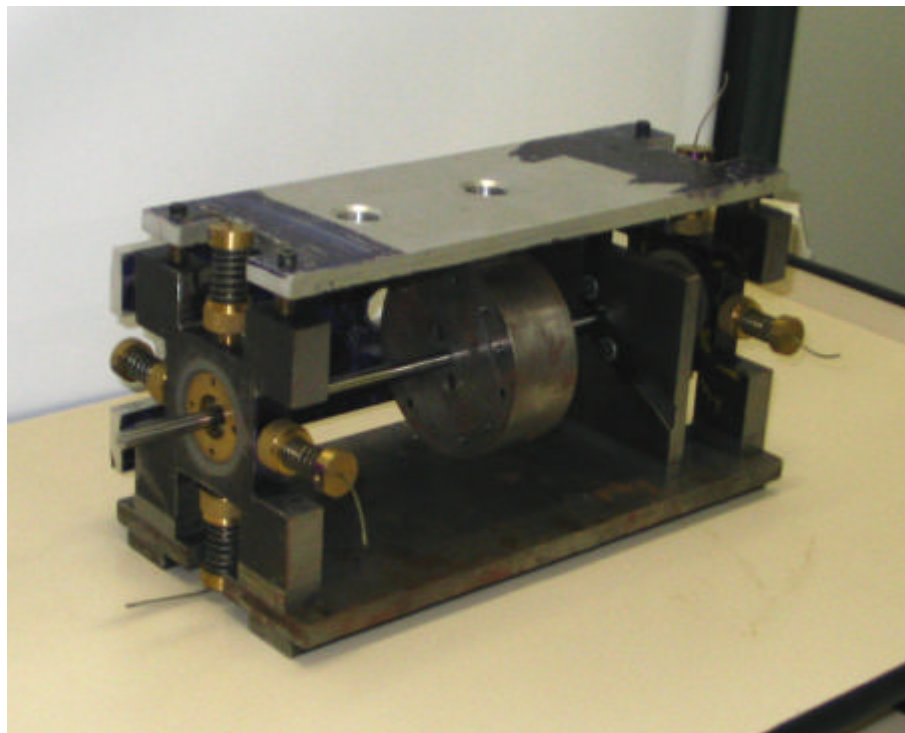


Foto da Bancada

Desbalanceamento

A vibração e os fenômenos observados a partir dela ocorrem devido a um forçamento do sistema. Este forçamento pode ser externo (forças sobre o rotor, vibração dos mancais, etc.) ou interno (desbalanço, assimetrias, etc.). O desbalanceamento pode ser corrigido pela adição de massas concentradas ao rotor, o que pode resultar em uma operação complicada quando for realizada no campo, o rotor estando montado na sua configuração final.

No caso da bancada usada, o disco central preso ao eixo não estava completamente balanceado. Pode-se dizer que seu desbalanceamento era residual, devido a falhas na

fabricação ou a pequenas diferenças geométricas, que alteram a posição do centro de massa do conjunto. O disco desbalanceado era necessário, mas era preciso saber o valor exato e a posição correta da massa desbalanceadora, fato que com desbalanceamento residual não era possível.

Uma primeira proposta para a solução deste problema foi tentar balancear o disco completamente, utilizando massas colocadas nos furos axiais. Esse procedimento não solucionou completamente o problema, mas amenizou, o disco estava menos desbalanceado.

O procedimento seguinte constituiu em forçar um desbalanceamento no disco, ao fazer isso há a vantagem de se conhecer exatamente a massa desbalanceadora e o seu posicionamento exato no corpo. Foi utilizado um desbalanceamento forçado muito maior do que o existente residual, desta forma, foi possível desconsiderar o desbalanceamento primário do disco.

Foi utilizada, portanto, uma massa de 6,32 g colocada a $r = d/2 = 50\text{mm}$ do centro do disco. Desta forma a força gerada pelo desbalanceamento é:

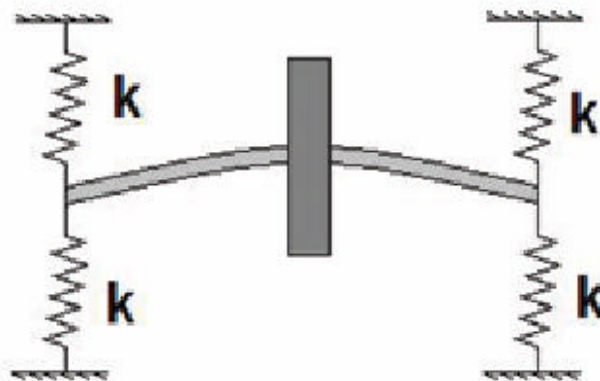
$$F = me\Omega^2$$

Onde m é a massa desbalanceadora, $e\Omega^2$ é a aceleração centrípeta gerada.

As Constantes do Sistema

A rigidez do sistema deve-se a uma equivalência entre as rigidezes das molas e a rigidez do eixo, já que este é flexível. Para o uso na bancada e nas análises teóricas foi necessário saber o valor das rigidezes para cada direção.

Um modelo foi feito para simplificar o estudo. Considerando o rotor completamente livre, o sistema pode ser associado ao modelo:



Modelo do Sistema

Para o primeiro valor atribuído a rigidez do eixo será usada a equação de elementos de máquinas para viga flexível apoiada:

$$K = \frac{48EI}{L^3}$$

Onde L é o comprimento do eixo, E o módulo de Young e I o momento de inércia da seção reta.

Parâmetro	Valor
L	300 mm
E	210 Gpa
I	$2,01 \times 10^{-10}$

Desta forma, a rigidez do eixo é aproximadamente: $75,06 \times 10^3 \text{ N/m}$.

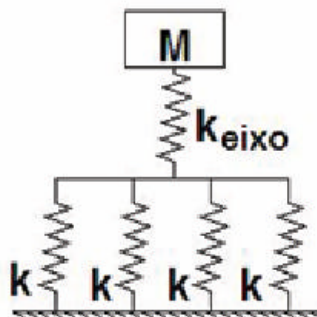
Para as constantes das molas também foi usada uma equação de elementos de máquinas, que corresponde a:

$$k = \frac{d^4 G}{8D^3 Na}$$

Desta equação obtêm-se as constantes das molas como 3878 N/m para a direção horizontal e 7980 N/m para a direção vertical.

Depois foi necessário conhecer a rigidez equivalente de todo o sistema, para isso foi preciso atribuir uma combinação das molas com o eixo.

Pode-se considerar as molas em cada direção como paralelas, ou seja, equivalem a uma mola dividida. A constante das molas geral equivale ao somatório das constantes de cada uma das molas. Essa constante geral das molas está em série com a constante do eixo.



Associação das Molas

Esse modelo pode ser associado à seguinte equação, compatível tanto para vertical como para horizontal:

$$K_{eq} = \frac{4k * k_{eixo}}{4k + k_{eixo}}$$

Conhecendo todas as molas, foi possível encontrar os valores para as rigidezes equivalentes, que são: 12855 N/m para a horizontal e 22395 N/m para a vertical.

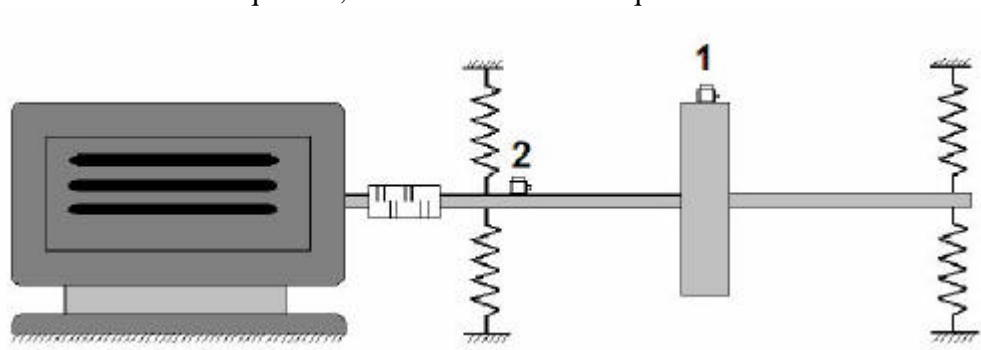
Estudo Dinâmico

A primeira parte do estudo consistiu em observar o fenômeno da ressonância e o comportamento do disco nessas frequências. Antes de quaisquer medições, o motor foi ligado e o disco começou a girar. Aumentando a frequência de rotação foi possível observar o comportamento do disco a essas velocidades angulares.

Os primeiros testes foram feitos com a frequência variando de 10 Hz a 25 Hz , com variação de 1 Hz para cada mudança. Foi possível notar que entre 15 Hz e 20 Hz , aproximadamente, a amplitude do sistema tornou-se máxima, havendo primeiro mais vibração nas molas horizontais e depois nas verticais.

Concluiu-se desse fenômeno que a frequência natural do sistema na direção vertical deveria ser de aproximadamente 20 Hz , e aproximadamente 16 Hz para a horizontal, para o sistema entrar em ressonância nessa frequência.

Para avaliar esse efeito, fez-se necessária a obtenção da frequência natural para cada direção, a partir de medições experimentais. Com o sistema em repouso, foram fixados ao conjunto dois acelerômetros: um foi preso ao disco e outro ao eixo. Usando um martelo instrumentado, foi possível, através de um programa de computador, obter a resposta do sistema no domínio da frequência, e assim obter cada frequência natural.

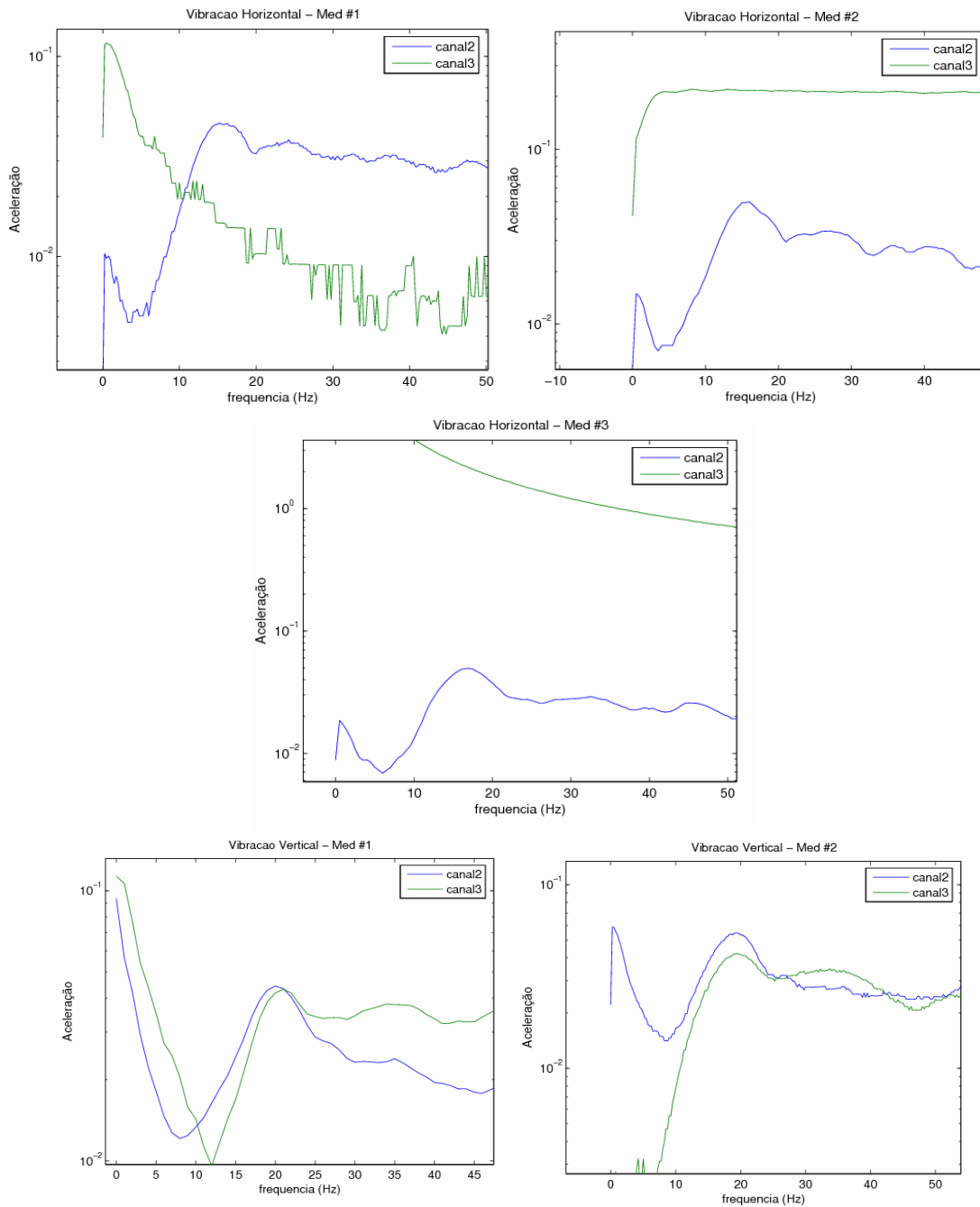


Modelo acoplado ao motor com os dois acelerômetros presos ao sistema.

Na resposta em gráfico do programa, a frequência natural é obtida como o primeiro pico da frequência. Foram feitas sete medidas e com estas tiradas uma média para a

obtenção do gráfico. Para a comprovação da experiência foram obtidos três gráficos para a direção vertical e dois gráficos para a direção horizontal.

No gráfico é possível observar duas respostas, que correspondem ao acelerômetro do disco e ao do eixo. O canal 2 é a resposta da frequência do disco e o canal 3 é a resposta da frequência do eixo. O canal 1, não representado no gráfico corresponde ao martelo instrumentado.



Representação dos cinco gráficos de resposta dos acelerômetros.

É possível perceber no gráfico que a resposta obtida pelo acelerômetro preso ao eixo não foi nítida quando na horizontal. Devido a este fato, a experiência foi repetida, daí o motivo de 3 gráficos. Mesmo assim, a resposta continuou não sendo satisfatória. Conclui-se então que para essa direção, a frequência do eixo deve ser muito baixa para ser captada.

Comparando os resultados do ensaio com martelo com o fenômeno observado, concluiu-se que a frequência natural é aproximadamente 16 Hz para a direção horizontal e 20 Hz para a direção vertical.

Frequência Natural e Rigidezes das Molas

A vibração do sistema terá dependência fundamental da rigidez das molas. Sabemos que, para seu funcionamento de fato, o rotor deve estar acoplado ao motor elétrico, e este acoplamento envolve rigidezes próprias que deveriam ser consideradas.

Considerando esse sistema como massa mola sem amortecimento, tem-se a seguinte equação que relaciona a frequência natural (W_n) do sistema com a rigidez:

$$W_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Onde k é a rigidez de todo o sistema e m é a massa total.

A frequência natural foi obtida experimentalmente, sendo 16 Hz e 20 Hz . Para serem substituídas na equação é preciso transformar as unidades em rad/s. para a mudança de unidades foi usado $W = 2\pi f$, sendo f a frequência natural em *Hertz*. Obtem-se portanto $W_{horiz} = 100,5 \text{ rad/s}$ e $W_{vert} = 125,7 \text{ rad/s}$.

Substituindo nas equações obtêm-se os seguintes resultados para as constantes das molas: 25250 N/m para a horizontal e 39478 N/m para a vertical. Esse valor é a constante equivalente de todo o sistema

Pode-se perceber que o valor encontrado através da frequência natural não é compatível com o valor encontrado pela equação de elementos de máquinas. Com dois valores distintos de rigidez para cada conjunto de molas é necessário um outro tipo de análise pra o sistema.

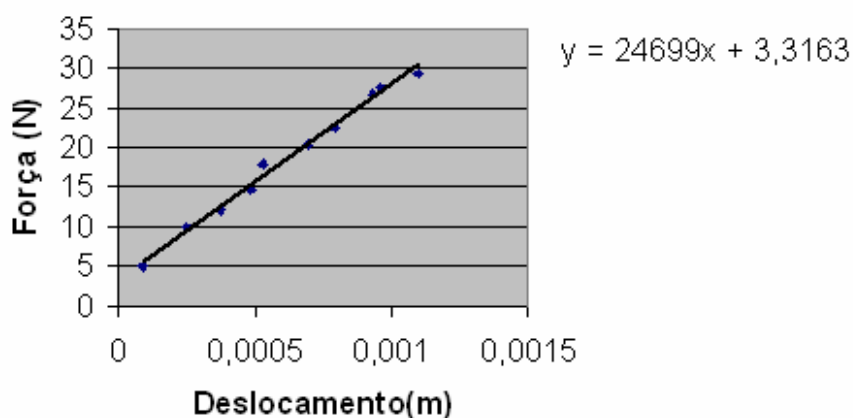
Confirmação da Constante de Mola

1 – Rigidez do Sistema

Com dois resultados diferentes para as molas foi necessário um outro experimento para encontrar o valor exato das rigidezes das molas. Para isso, foi preso ao disco, através de cabos de massa desprezível, um conjunto de massas. Com o aumento das massas, foi observado um deslocamento de todo o sistema, obedecendo a equação de força na mola $F = kx$. Nota-se que a constante encontrada por esse experimento é de todo o sistema, e não apenas do eixo, já que a bancada está montada.

Essa experiência foi realizada apenas com as molas horizontais devido a montagem da bancada. Pelo resultado foi obtido o seguinte gráfico:

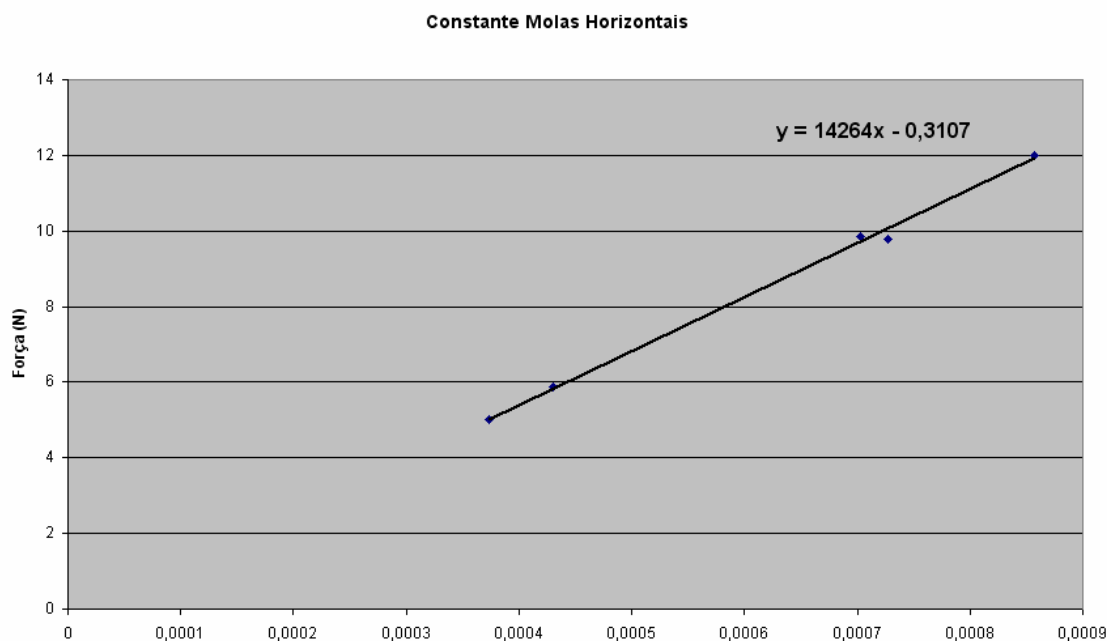
Rigidez Mola Horizontal



O coeficiente linear da equação encontrada foi 24699 N/m

2 – Rigidez Mola Horizontal

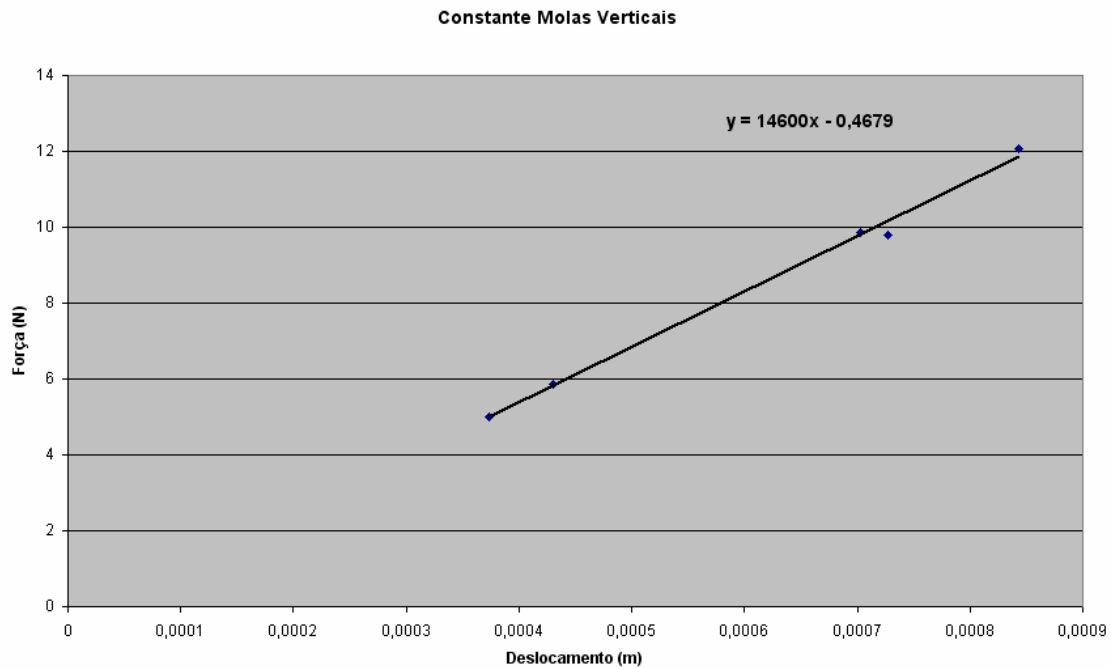
Com as molas livres foi possível fazer um experimento simples que determinasse a rigidez das molas. Com as mesmas massas usadas no procedimento de confirmação da constante do sistema foi possível medir o deslocamento de duas molas em paralelo. As massas foram colocadas sobre uma chapa de alumínio de massa desprezível que se encontrava sobre as duas molas. Com o aumento das massas obteve-se o deslocamento, esses dois parâmetros resultaram no seguinte gráfico:



O coeficiente linear encontrado foi de 14264 N/m . Como eram duas molas em paralelo, cada mola tem rigidez de 7132 N/m .

3 – Rigidez Mola Vertical

O mesmo experimento foi feito com as molas verticais, resultando portanto no seguinte gráfico:



Da mesma forma, a rigidez de cada mola deve ser o coeficiente linear dividido por 2, ou seja 7300 N/m .

Análise Teórica

Para validar os resultados experimentais foi necessário o desenvolvimento de uma análise teórica. Com a análise teórica é possível fazer simulações do sistema, bem como comprovar o modelo adotado comparando os resultados teóricos com os obtidos experimentalmente.

Para a análise teórica do problema, inicialmente modela-se o sistema rotativo considerando somente sua dinâmica de corpo rígido. Esta consideração nos leva adotar como uma primeira aproximação o massa–mola sem amortecimento. Caso fosse constatado um erro muito grande, o amortecimento poderia ser incluído. Dadas estas hipóteses, as equações que governam a dinâmica do sistema são as seguintes:

$$M\ddot{y} + k_{horiz}y = F \cos \Omega t$$

$$M\ddot{z} + k_{vert}z = F \sin \Omega t$$

O termo F da equação diz respeito ao forçamento do sistema, para que haja a vibração e os fenômenos observados. No caso na bancada, essa força é devido ao desbalanceamento do conjunto. Desta forma as equações ficam como:

$$M\ddot{y} + k_{horiz}y = me\Omega^2 \cos \Omega t$$

$$M\ddot{z} + k_{vert}z = me\Omega^2 \sin \Omega t$$

Onde os termos à direita de cada equação devem-se ao efeito de desbalanceamento do disco. O disco foi construído de maneira possuir furos em suas laterais, que permitem que massas sejam colocadas a fim de mudar o centro de massa, e assim alterar o fator de desbalanceamento.

Com essas equações e seus parâmetros identificados a partir de dados experimentais, foi possível desenvolver um programa em MatLab para resolver essas equações diferenciais e retornando, no caso, um gráfico da amplitude em função da frequência. Desta forma, pôde-se comparar os resultados numéricos com os experimentais.

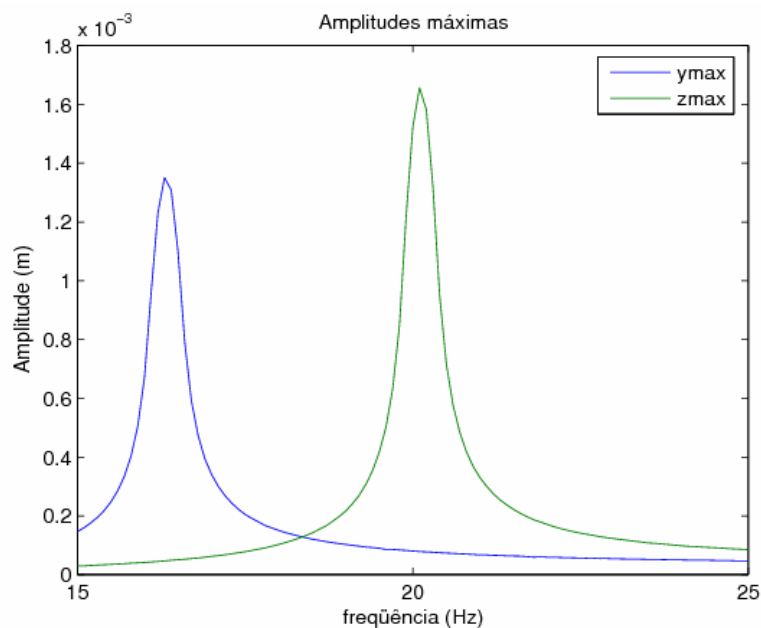


Gráfico de frequência gerado pelo MatLab

O resultado do gráfico é o mesmo encontrado pelos acelerômetros. Foi achado o mesmo valor para as frequências naturais. Desta forma, temos o mesmo resultado anterior encontrado para as constantes das molas.

Conclusão

A bancada experimental proporciona diferentes formas para análise do comportamento e uma perfeita visualização do que acontece com o sistema. Quando associada a um modelo teórico, o estudo se simplifica, pois é possível, através de equações, explicar os fenômenos ocorridos. Com a validação do modelo numérico, foi possível comprovar que o modelo massa-mola é satisfatório para descrever o sistema rotativo a baixas rotações.

Como houve uma diferença nos valores das constantes do sistema, a proposta a seguir é descobrir de onde vem a discordância. Todos os experimentos e a resolução numérica foram feitos com precisão. A frequência natural encontrada é uma fonte confiável, devido ao fato das observações das bancadas terem sido feitas diversas vezes sempre encontrando o mesmo resultado.

Já uma equação de elementos de máquinas nem sempre é satisfatória para a definição das constantes. Devido ao grande número de parâmetros e a dificuldade de obter realmente o valor correto para esses, muitas vezes o resultado final da equação não é o resultado correto.

Os próximos objetivos são, já com a frequência natural conhecida, conhecer a órbita do centro do disco a diferentes rotações. Com o uso de um programa similar usado para resolver as equações diferenciais, será possível no MatLab obter um gráfico da órbita e compará-lo posteriormente com o obtido por sensores de deslocamento no disco. Também será possível estudar o sistema com frequências mais altas e analisar outros modos de vibração.

Um outro estudo a ser feito é modelar o sistema todo como um massa-mola-amortecido e submeter o sistema a altas rotações. Depois será possível verificar qual modelo é mais satisfatório.

Referências

- 1 – GASCH, R – PFUTZNER, H – NORDMANN, R. **Rotordynamik**, 2 ed. Berlin: Springer 2002. 705p.
- 2 – INMAN, Daniel J. **Engineering Vibration**. New Jersey: Prentice Hall, 1996. 560p.
- 3 – NORTON, Robert L. **Machine Design**. New Jersey: Prentice Hall, 1998. 1036p.
- 4 – THOMPSON, Willian T. **Vibration Theory and Applications**. London: George Allen & Unwin Ltd. 384p.