

## SOLIDIFICAÇÃO DE METAL LÍQUIDO

**Aluno: Raphael Luiz Pais**  
**Orientador: Angela Ourivio Nieckele**

### Introdução

A fabricação de peças metálicas envolve o processo de solidificação de metais líquidos. Visando aperfeiçoar o processo é fundamental ter completa compreensão do fenômeno físico, assim como ser capaz de prever o processo.

Alguns trabalhos tanto numéricos como experimentais podem ser encontrados na literatura tratando da solidificação acoplada com a convecção natural. Dentre os mais recentes, vale ressaltar os trabalhos de Zhang, Liu e Wang, (1995) e Rocha (2000) que simularam numericamente o problema utilizando coordenadas móveis e compararam com os resultados experimentais de Wolff e Viskanta (1988), referente à solidificação do estanho.

### Objetivos

Prever a solidificação do estanho, utilizando o software comercial FLUENT, em um domínio com malha fixa e comparar com os resultados disponíveis na literatura. Utilizou-se exatamente as mesmas propriedades e geometria que Wolff e Viskanta (1988).

### Modelamento Matemático

Para determinar o campo de velocidade, pressão e temperatura, considerou-se escoamento laminar, fluido newtoniano, propriedades constantes, bi-dimensional.

A resolução numérica no caso que é objeto deste estudo envolve a solução das seguintes equações de conservação:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

onde  $\rho$  é a densidade,  $u_i$  é o componente do vetor da velocidade,  $\mu$  é a viscosidade absoluta,  $p$  é a pressão e  $\tau_{ij}$  é a tensão cisalhante definida para um fluido Newtoniano por

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\mathbf{r} u_i H) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( k \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) \quad (4)$$

sendo  $k$  é a condutividade térmica.  $H$  é a soma da entalpia sensível  $h$  e do calor latente  $DH$ , e  $T$  é a temperatura.

$$H = h + DH \quad (5)$$

onde

$$h = h_{\text{ref}} + \int_{T_{\text{ref}}}^T c_p dT \quad (6)$$

onde  $c_p$  o calor específico a pressão constante e o subscrito *ref* indica um valor de referência.

O calor latente pode ser obtido em função do calor latente do material  $l$  e da fração de líquido  $b$  como

$$DH = b l \quad (7)$$

onde

$$\begin{aligned} b &= 0 \quad \text{se } T < T_{\text{solidus}} \\ b &= 1 \quad \text{se } T > T_{\text{liquidus}} \\ b &= \frac{T - T_{\text{solidus}}}{T_{\text{liquidus}} - T_{\text{solidus}}} \quad \text{se } T_{\text{solidus}} < T < T_{\text{liquidus}} \end{aligned} \quad (8)$$

## Metodologia

A geometria e malha foram criadas utilizando o software Gambit. Para determinar o campo de velocidade e temperatura dentro da cavidade é necessário resolver de forma acoplada as equações de conservação de massa, quantidade de movimento linear e energia, tendo sido utilizado o software comercial FLUENT.

As equações de conservação foram aproximadas com o o esquema *power-law* (Patankar, 1980). Selecionou-se a técnica de solução transiente, implícita, segregada, com o algoritmo SIMPLEC para resolver o acoplamento velocidade pressão e o algoritmo de Mutigrid para resolver o sistema algébrico (Hutchinson e Raithby, G.D., 1986)..

Após um teste de malha, definiu-se uma malha de 90601 pontos nodais. Uma grande influência para o resultado é a densidade da malha utilizada, pois quanto maior o numero de pontos nodais dessa malha mais precisos serão os resultados, um fator que limita a quantidade de pontos é o esforço computacional que aumenta consideravelmente com o aumento dos mesmos, consumindo um considerável tempo do CPU.

Considerou-se uma cavidade retangular com altura  $H = 6,663$  cm e largura  $L = 8,884$  cm. O material utilizado é Estanho, cujas propriedades estão listadas abaixo na Tabela 1.

A Figura 1 ilustra as condições de contorno e iniciais do problema. Inicialmente o estanho

encontra-se na fase líquida com temperatura uniforme de  $T_C = 233 \text{ }^\circ\text{C}$ . A cavidade entra-se isolada na superfície superior e inferior. A temperatura do lado esquerdo é mantida constante e do lado direito é diminuída para  $T_F = 229 \text{ }^\circ\text{C}$ , dando início ao processo de mudança de fase acoplado ao fenômeno de convecção natural.

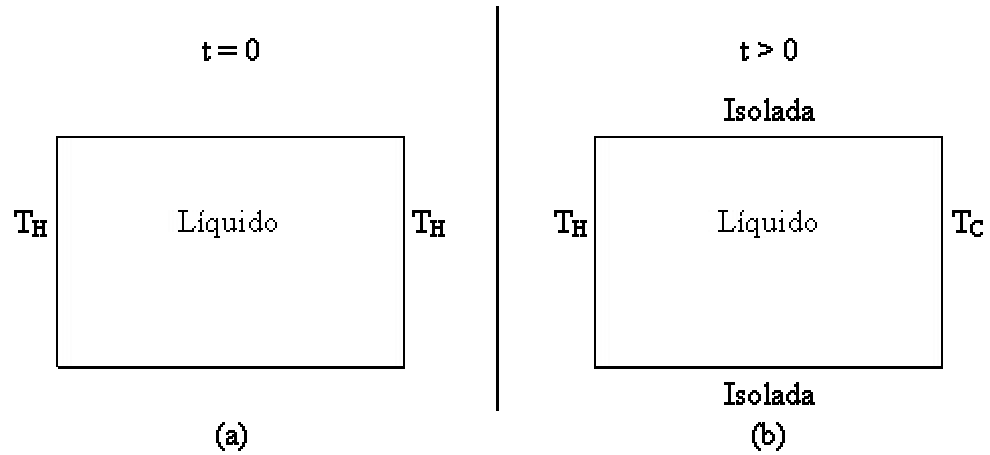


Figura 1 – a) Condição inicial. b) Condições de contorno

Tabela 1 – Propriedades físicas do estanho, 99,99%.

Faixa de Temperatura	233 °C	230 °C
Massa específica: $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	6.980	7.175
Calor Específico: $c_p$ (J/kg °C)	257	277
Condutividade Térmica: $k$ (W/m °C)	32,2	61,1
Difusividade Térmica: $\alpha = \rho c_p / k$ (m <sup>2</sup> /s)	$1,795 \times 10^{-5}$	$3,074 \times 10^{-5}$
Viscosidade Cinemática $\nu = \mu / \rho$ (m <sup>2</sup> /s)	$2,81 \times 10^{-7}$	
<b>Temperatura de Mudança de Fase; <math>T_F</math></b>	<b>231,9 °C</b>	
Coeficiente de Expansão Volumétrica: $\beta$ (°C <sup>-1</sup> )	$106 \times 10^{-6}$	
Entalpia de Mudança de Fase (Calor Latente): $\Delta h_f$ (J/kg)	60.600	

Os parâmetros adimensionais que governam o problema são: número de Prandtl,  $Pr$ , razão de aspecto  $AR$ , fator de sub-resfriamento  $S_T$ , número de Rayleigh  $Ra_H$  e número de Stefan  $Ste_l$  definidos por

$$Pr = \frac{\rho_l c_{p\ell}}{k_\ell} \quad (9)$$

$$S_T = \frac{DT_s}{DT_\ell} = \frac{T_F - T_C}{T_H - T_F} \quad (10)$$

$$Ste_{\ell} = \frac{c_{p\ell}(T_H - T_F)}{Dh_f} \quad (11)$$

$$Ra_H = \frac{g b (T_H - T_F) H^3}{a_{\ell} u_{\ell}} \quad (12)$$

No presente trabalho, as propriedades de ambas as fases foram consideradas constantes, e os parâmetros adimensionais foram calculados utilizando as propriedades do líquido. O problema é governado pelos seguintes parâmetros:  $Pr = 0,0157$ ;  $AR = 0,75$ ;  $S_T = 2,6364$ ;  $Ra_H = 1,59 \times 10^5$  e  $Ste_s = 1,32 \times 10^2$ .

No desenvolvimento do problema, foram resolvidas as equações de conservação, da massa, quantidade de momento linear e energia.

O movimento do fluido ocorre devido à diferença de temperatura, enquanto a parede da esquerda está com uma temperatura constante e maior do que a temperatura de fusão, a temperatura na linha de solidificação está mais fria, sendo assim o fluido próximo à parede se esquentava e tende a subir, enquanto o fluido próximo à curva de solidificação esfria e tende a descer, criando então um movimento circular como pode ser visto na Figura 2. Como na região inferior da interface o fluido encontra-se mais frio, a frente de solidificação se move mais rapidamente naquela região.

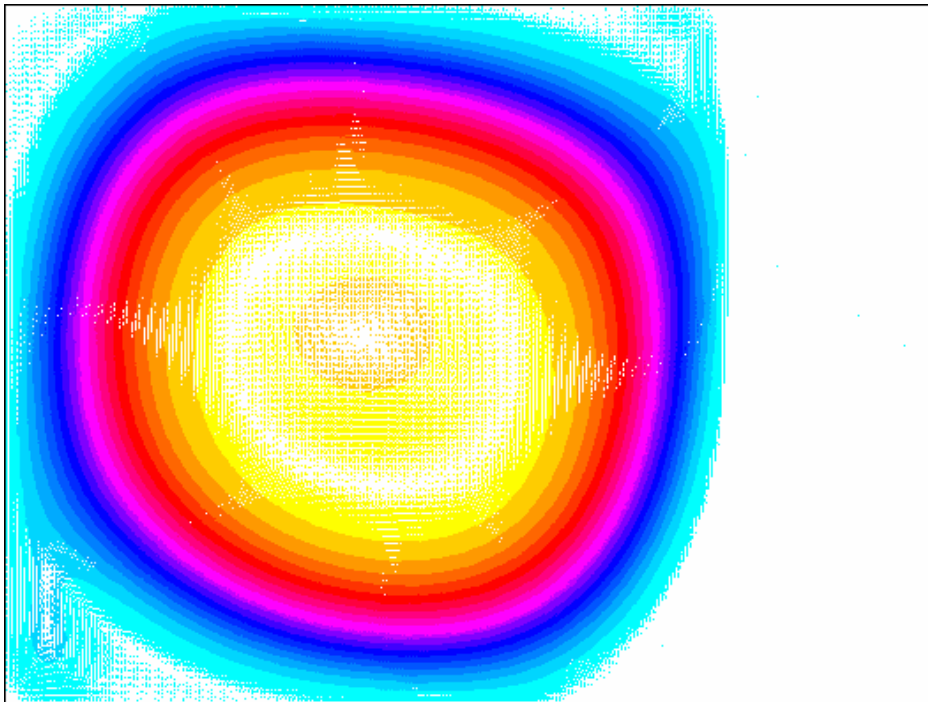


Figura 2 – Campo de velocidade.

A Figura 3 apresenta a posição da frente de solidificação para diferentes instantes de tempo, obtidas no trabalho atual, por Rocha (2000) e Zhang et al (1996) comparando com os dados de Wolff e Viskanta (1988). Pode-se observar uma concordância razoável, porém uma

curvatura mais acentuada foi obtida experimentalmente, não tendo sido bem capturada por ambos os modelos numéricos. Observa-se que o presente trabalho apresentou a mesma concordância qualitativa que os outros métodos, e apesar de manter o mesmo formato da frente de solidificação, apresentou uma solidificação mais lenta ao longo do tempo.

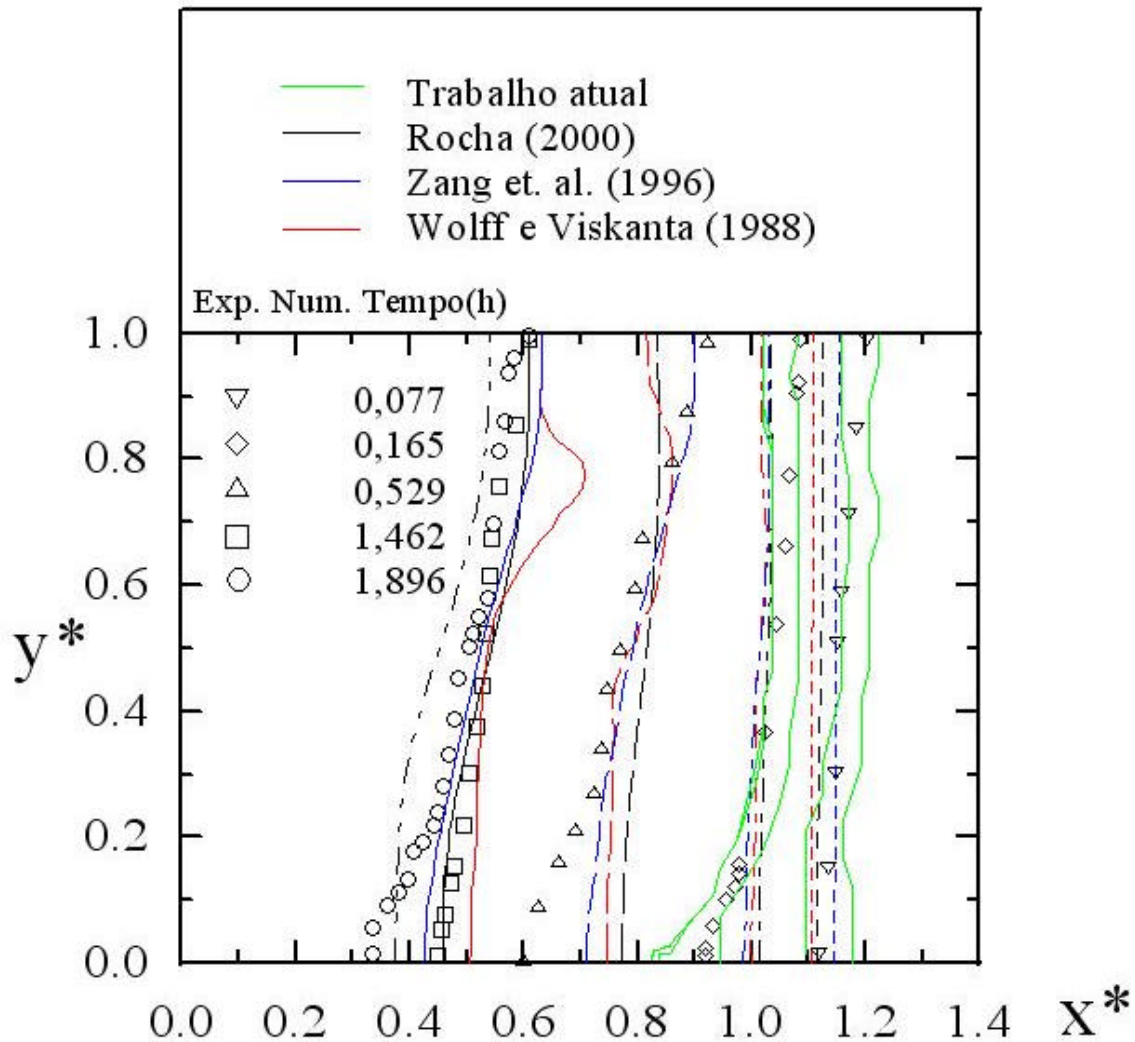


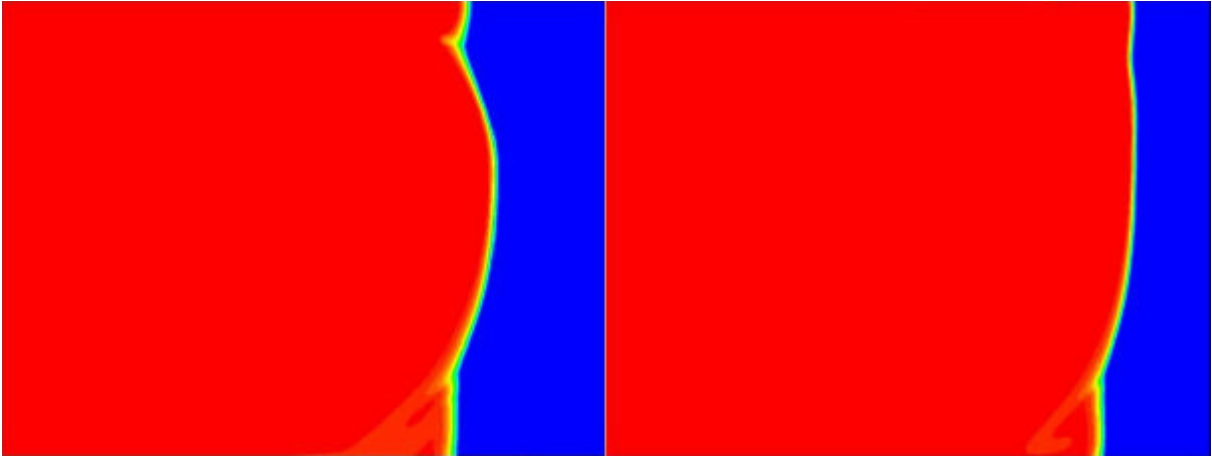
Figura 3 – Frente de solidificação.

Uma vez que definiu-se as propriedades de ambas as fases como sendo iguais as propriedades do líquido, e como a condutividade térmica apresenta valores bem distintos para cada fase, sendo o valor da fase sólida aproximadamente o dobro da fase líquida, investigou-se a influência da condutividade térmica na frente de solidificação. O mesmo teste foi repetido, porém utilizando o valor da condutividade térmica do sólido.

A Figura 4 ilustra a frente de solidificação após 1,462 hr ao utilizar-se dois valores de condutividade térmica. Pode-se observar que houve um maior avanço da frente de solidificação, se aproximando dos dados experimentais.

### Conclusões

A modelagem do problema utilizando malha fixa apresentou uma concordância razoável com dados disponíveis na literatura. Para melhorar a concordância com os dados experimentais, deve-se incorporar de novos fenômenos, como turbulência na fase líquida



(a)  $k = 61,1 \text{ W/(m K)}$

(b)  $k = 32,2 \text{ W/(mK)}$

Figura 4 – Campo de Fração de líquido

### Referências

1. HUTCHINSON, B. R. AND RAITHBY, G.D., 1986, “A Multigrid Method Based on the Additive Correction Strategy,” Numerical Heat Transfer, 9, pp.511-537.
2. PATANKAR, S.V., 1980, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere Publishing Corporation, NY.
3. ROCHA L.J.C., Solidificação e Fusão de Substâncias Puras Sob a Influência da Convecção Natural Laminar e Turbulenta, Tese de Doutorado, Dpet. Eng. Mecânica, PUC/Rio, 2000.
4. VAN DOORMAAN, J.P. & RAITHBY, G.D.; Enhancements of The SIMPLE Method for Prediction Incompressible Fluid Flow, Numerical Heat Transfer, Vol.7, pp.147-163, 1984.
5. WOLFF, F.; VISKANTA, R.; Solidification of a Pure Metal at a Vertical Wall in the Presence of Liquid Superheat, Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 31, No. 8, pp. 1735-1744, 1988.
6. ZHANG, H., PRASAD, V. E MOALLEMI, Numerical Algorithm Using Multizone Adaptive Grid Generation for Multiphase Transport Processes with Moving and Free Boundaries, Numerical Heat Transfer, Part B, Vol 29, pp.399-421, 1996.