

VESTIBULAR PUC-Rio 2002
GABARITO DA PROVA DISCURSIVA DE MATEMÁTICA

1-

Seja f o faturamento anual da empresa, com o qual, depois de impostos, ela opera 70%. Retirando dessa parcela o custo fixo de R\$100.000,00, o resultado final deve ser maior ou igual a R\$40.000,00, o que resulta em

$$0,70 \bullet f - 100000 \geq 40000,$$

ou seja, $f \geq \text{R\$}200.000,00$.

2-

a) Sim.

b) 1.

c) A reta contendo os pontos $(1,0,0)$ e $(0,1,0)$.

Subtraindo a terceira equação da primeira e da segunda, obtemos o sistema

$$\begin{cases} z = 0 \\ x + y = 1 \end{cases},$$

em que y é uma variável livre. O sistema tem por isso um conjunto solução de dimensão 1, que é a reta no plano horizontal xy que contém os pontos $(x, y, z) = (1,0,0)$ e $(0,1,0)$.

3-

a) Para $p(x) = x^3 + 2x^2 - 1$, vale que $p(0) = -1$, $p(1) = 2$, $p(-1) = 0$,
 $p(2) = 15$ e $p(-2) = -1$

b) As três soluções da equação $x^3 + 2x^2 = 1$ são as raízes de

$p(x) = x^3 + 2x^2 - 1$. Como já sabemos que -1 é uma das raízes, vale que $(x+1)$ é um fator deste polinômio; tomando o quociente, obtemos

$$\frac{x^3 + 2x^2 - 1}{x + 1} = x^2 + x - 1 \text{ que tem como raízes } \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}, \text{ que são as outras soluções da equação considerada.}$$

4-

Pelo Teorema de Pitágoras, $\frac{b^2}{4} + a^2 = 10$, ou seja, $b^2 = 40 - 4a^2$. Em consequência b é par, digamos

$b = 2c$, com c inteiro, e daí $a^2 + c^2 = 10$. As únicas possibilidades de quadrados de inteiros somando 10 é $10 = 1^2 + 3^2 = 3^2 + 1^2$, o que fornece $b = 2$, $a = 3$ ou

$b = 6$, $a = 1$. Em qualquer dos dois casos, a área é

$$\frac{ab}{2} = \frac{6}{2} = 3.$$